ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA II

INTRODUCCIÓN A LAS CIENCIAS EN LA INGENIERÍA

CURSO 0 - MATEMÁTICAS

1. Ecuaciones y sistemas de ecuaciones, matrices, vectores, fracciones algebraicas y trigonometría

1. Resuelva las siguientes ecuaciones:

a) $(x-3)(x^2-1)=0$ **b)** $x^4-10x^2+9=0$ **c)** $x^3-9x^2+23x-15=0$

d) $\sqrt{7-3x}+1=x$ **e)** $(x^2-4x+3)(x^2-x)=0$ **f)** $\ln x = 1+\ln(22-x)$

g) $\ln x^3 = \ln 6 + 2\ln x$ **h)** $e^{3x+1}=7$ **i)** $e^{x-1}+e^x+e^{x+1}=2$

2. Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\left\{\begin{array}{rcl} x-y & = & 4 \\ 2x+y & = & 2 \end{array}\right.$ **b)** $\left\{\begin{array}{rcl} x^2-y & = & 5 \\ 2x+3y & = & 1 \end{array}\right.$ **c)** $\left\{\begin{array}{rcl} x-y+3 & = & 0 \\ x^2+y^2 & = & 5 \end{array}\right.$

d) $\left\{\begin{array}{rcl} x^2+y^2 & = & 10 \\ x^2-y^2 & = & 8 \end{array}\right.$ **e)** $\left\{\begin{array}{rcr} 4x & = & 0 \\ x+2y & = & 8 \\ -x+y-2z & = & 12 \end{array}\right.$ **f)** $\left\{\begin{array}{rcr} x+3y+z & = & 6 \\ y+z & = & 1 \\ 2z & = & -2 \end{array}\right.$

3. Exprese el siguiente sistema en forma matricial y calcule el determinante de la matriz de coeficientes asociada.

$$\left\{\begin{array}{lcl} 2x & = & 0 \\ x+y+z & = & 0 \\ -x+y+z & = & 0 \end{array}\right.$$

4. Calcule el rango de las siguientes matrices:

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 9 & 0 & -3 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \qquad C=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -2 \\ -3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Resuelva mediante el método de Gauss los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\left\{\begin{array}{rcr} x-y-2z & = & -1 \\ 2x-3y+4z & = & 4 \\ 5x-y+3z & = & 16 \end{array}\right.$ **b)** $\left\{\begin{array}{rcr} 2x-y+3z & = & 6 \\ 4x-2y+6z & = & 9 \\ x-y+z & = & 3 \end{array}\right.$ **c)** $\left\{\begin{array}{rcr} x-3y+z & = & 4 \\ x-2y+3z & = & 6 \\ 2x-6y+2z & = & 8 \end{array}\right.$

6. Determine si son linealmente independientes los conjuntos de vectores siguientes:

a) $A=\{\vec{u},\vec{v},\vec{w}\}$ con $\vec{u}=(1,2,0)$, $\vec{v}=(3,0,1)$ y $\vec{w}=(4,2,-7)$

b) $A=\{\vec{u},\vec{v}\}$ con $\vec{u}=(1,2,0)$ y $\vec{v}=(2,4,0)$

7. Dados los vectores $\vec{x}=(1,3,-2)$ e $\vec{y}=(3,m,-6)$,

a) Halle el valor de m para que los dos vectores sean linealmente independientes

b) Si $m=-2$, ¿se puede expresar el vector $\vec{z}=(-1,8,1)$ como combinación linael de $\vec{x}$ e $\vec{y}$?

8. Descomponga en suma de fracciones simples las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\dfrac{x}{(x-2)(x+1)}$ **b)** $\dfrac{x^3-5x^2+6x}{x^3-x^2-2x}$ **c)** $\dfrac{x-2}{x^2-1}$ **d)** $\dfrac{2x+1}{x^2+3x}$

e) $\dfrac{3x^3-x+1}{x^2+1}$ **f)** $\dfrac{3}{x(x-1)^2}$ **g)** $\dfrac{x+1}{x^2-4x+4}$

9. Resuelva las siguientes ecuaciones:

a) $6\cos^2 x + \cos(2x) = 1$ **b)** $\operatorname{sen}(2x) = \cos x$ **c)** $\operatorname{sen}^2 x + \cos(2x) = 1$

2. Límites. Continuidad y Derivabilidad de funciones reales de variable real

1. Estudie el dominio y la continuidad de las siguientes funciones:

a) $y = \dfrac{\sqrt{x}}{(1+4x)(x-2)}$ **b)** $y = \dfrac{x+5}{x^2-9}$ **c)** $y = \sqrt{\dfrac{x-1}{x^2-9}}$

d) $y = \dfrac{1}{x+3}\ln\left(\dfrac{1}{x+2}\right)$ **e)** $y = \ln(x^2-x-6)$ **f)** $y = \dfrac{x}{e^{2x}+e^x-2}$

2. Halle los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2x^3+5x^2}{6x^4-x^3}$ **b)** $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{2x^3+5x^2}{6x^4-x^3}$ **c)** $\lim\limits_{x\to +\infty} \ln\left(\dfrac{x^2}{\sqrt{4x^4+3x-5}}\right)$

d) $\lim\limits_{x\to +\infty} x\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$ **e)** $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-e^{-x}}{\operatorname{sen} x}$ **f)** $\lim\limits_{x\to \pi/4} \dfrac{\operatorname{sen} x - \cos x}{1-\operatorname{tg} x}$

3. Determine las asíntotas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \dfrac{e^x-2}{e^x-1}$ **b)** $f(x) = \dfrac{-x^2}{x+1}$ **c)** $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2-1}$

4. Obtenga la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = e^x \ln x$ **b)** $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2-1}$ **c)** $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^3}{\cos x}}$

d) $f(x) = \ln\sqrt{\cos x}$ **e)** $f(x) = \ln\sqrt{\dfrac{1-\cos x}{1+\cos x}}$

5. Realice un esbozo de las siguiente funciones, calculando aquellos datos que sean necesarios; dominio, crecimiento, asíntotas, concavidad, puntos de cortes con los ejes, etc.

a) $f(x) = x^3-12x-3$ **b)** $f(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$ **c)** $f(x) = \dfrac{-x^2}{x+1}$

d) $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2-1}$ **e)** $f(x) = \dfrac{1}{1+e^x}$

6. Determine un polinomio de segundo grado p sabiendo que verifica las tres condiciones siguientes:

a) $p(2) = p(-2) = 0$

b) tiene un máximo relativo en $x = 0$

c) el área de la región encerada por el eje OX y la curva $y = p(x)$ es $A = 32$.

3. Integración de funciones reales de variable real

1. Resuelva las siguientes integrales:

a) $\displaystyle\int e^{-4x}\,dx$ **b)** $\displaystyle\int \frac{1}{2\sqrt{x}}\,dx$ **c)** $\displaystyle\int \frac{x^2-\sqrt{x}}{x^3}\,dx$ **d)** $\displaystyle\int \operatorname{sen} x \cos x\,dx$

e) $\displaystyle\int \frac{e^x}{1+e^x}\,dx$ **f)** $\displaystyle\int x\sqrt{1+5x^2}\,dx$ **g)** $\displaystyle\int \frac{1}{(x+3)^4}\,dx$ **h)** $\displaystyle\int \frac{x}{1+x^2}\,dx$

i) $\displaystyle\int x\,e^{-x}\,dx$ **j)** $\displaystyle\int \ln x\,dx$ **k)** $\displaystyle\int \arctan x\,dx$ **l)** $\displaystyle\int x\cos x\,dx$

m) $\displaystyle\int \frac{3}{x(x-1)^2}\,dx$ **n)** $\displaystyle\int \frac{2x-1}{x(x^2+1)}\,dx$ **ñ)** $\displaystyle\int \frac{1}{x^2-x}\,dx$ **o)** $\displaystyle\int \frac{\operatorname{sen}(x)\cos(x)}{(2+\operatorname{sen}(x))^2}\,dx$

2. Calcule el área delimitada por la gráfica de $y = \dfrac{1}{x}$ y el eje OX entre $x = 1$ y $x = 3$.

3. Calcule el área de la región encerrada entre la gráfica de la función $y = \dfrac{8}{x^2+4}$, el eje OX y las rectas verticales $x = -1$ y $x = 1$.

4. Calcule el área de la región comprendida entre las curvas $y = x^2 - x$ e $y = -x + 2$.

5. Pruebe que la ecuación $x^3 - 3x^2 - 9x + 8 = 0$ posee una única solución real. Especifique un intervalo de longitud $1/2$ que contenga dicha solución.